

**HOVEDPUNKTER FRA UNDERVISNING I**

**ERHVERVSØKONOMI**

**Niels Johannesen  
Asger Lau Andersen**

**Martin Nørgaard Petersen (red.)**

# Hovedpointer - Regnskab<sup>1</sup>

## 3. Årsregnskabet

### To typer af investorer (s. 24):

- kreditor
- ejer/aktionær

### Bestanddele

- Balance (aktiver = passiver) [øjebliksbillede] (se evt. s. 125)
- Resultatopgørelse (indtægter og udgifter) [given periode]
- Egenkapitalopgørelse (udvikling i egenkapital) [start og slut af året]
- Pengestrømsopgørelse (Ændring i likviditet, betalinger til og fra)

### Balance

**Virksomhedens størrelse:** Totale aktiver

**Virksomhedens værdi:** Egenkapital

Udregnes som: Nettoaktiver = Aktiver - Gæld, eller: Henlagt overskud + Indskudt kapital

**Markedsværdi af virksomhed:** Aktiekurs x antal udstedte aktier

**Teknisk insolvent:** Negativ egenkapital. Ingen konkurs, så længe man opfylder forpligtigelser

**Aktivsidens struktur:** Rangeret efter *likviditet*.

- Omsætningsaktiver: Omsat indenfor et år
- Anlægsaktiver: Aktiver til vedvarende eje eller brug (finansielle, materielle og immaterielle)

**Passivsidens struktur:** Kortfristet gæld, langfristet gæld, egenkapital (indskudt kapital, henlagt overskud)

### Resultatopgørelse (P/L-account)

- Indtjening over en given periode
- Resultat = Indtægter - omkostninger
  - o Ordinære indtægter og ordinære omkostninger
  - o Ekstraordinære indtægter og omkostninger

### Pengestrømsopgørelse

Opdelt på drift, investering og finansiering.

Pengestrømsopgørelsen påvirkes først når noget betales modsat resultatopgørelsen, hvor en indtægt bogføres, når den leveres.

## 4. Antagelser og principper

### Antagelser

- Økonomisk enhed: Et enkelt selskab
- Regnskabsperiode: Periode med samme længde (typisk år, kvartaler)
- Going concern: Aktiv i tiden efter regnskabsperioden

---

<sup>1</sup> Sidereferencer henviser til "The Economics of the Firm", 3. udgave, Wiley Custom

- Et aktiv vurderes ud fra den forudsætning, at det fortsat skal anvendes.
- Ikke ud fra øjeblikkeligt salg (som i tilfælde af konkurs)
- Ingen inflation
  - Kan føre til undervurdering af aktiver i perioder med høj inflation

### Værdiansættelse

- Markedsværdi: Hvad kan aktivet sælges for på markedet
- Genanskaffelsesomkostning: Hvad ville det koste at købe tilsvarende aktiv?
- Indkøbspris
- Nutidsværdi: Tilbagediskonteret værdi af fremtidigt cashflow genereret fra aktivet

Nutidsværdi er aktuelle værdi af fremtidige betalinger. Fremtidige betalinger har mindre nutidsværdi grundet alternativomkostningen (fx tab af renter i banken).

**Markedsværdi:** Kontanter og kortfristet gæld, kundetilgodehavender og værdipapirer,

**Anskaffelsespris (minus afskrivninger):** Jord, bygninger, maskiner og langsigtede aktieinvesteringer.

**Genanskaffelsespris:** Lagervarer (eller anskaffelsespris, hvis lavere)

**Nutidsværdi:** Langfristet gæld og langfristede tilgodehavender.

**(face value:** se side 86)

### Principper

- Objektivitet:
  - Information til regnskab skal være dokumenterbar og pålidelig.
  - Værdistigninger på ejendom kan være svære at dokumentere
  - Værdiansættelseskriterierne kan i visse tilfælde ikke være helt objektive
- Matching:
  - Omkostninger skal bogføres i samme regnskabsperiode som de indtægter der følger af disse omkostninger. "aktivering", se s. 91 og s. 129
- Indregning af indkomst
  - Hvornår indkomst må bogføres på regnskabet (oftest levering, s. 92)
- Konsistens
  - Samme grundlag i hver regnskabsperiode

### **Matching**

Investering: Bogføres som aktiv, dermed påvirkes resultatet ikke. Aktivet afskrives over den periode, hvor indtægterne realiseres. Afskrivningerne repræsenterer omkostninger som sammen med indtægterne påvirker resultatopgørelsen.

Matchingprincippet bidrager til at regnskabet giver et retvisende billede af virksomhedens indtjening i en given periode.

Hvis en investering aldrig kommer til at generere indtægter: Aktiver nedskrives til nul når det står klart at ingen indtægter vil genereres. Hele tabet tages i den pågældende periode.

**Indregning af indkomst**

- Størstedelen af produktion og salgsarbejde er færdiggjort
- Indkomstens størrelse er kendt
- Størstedel af omkostningerne er afholdt og den resterende del er kendt
- Betaling er sikret med stor sandsynlighed

Almindeligvis: Når varen er leveret.

**Undtagelser fra principperne:**

- Væsentlighed (bagatelgrænse)
- Forsigtighed (undervurder aktiver og indkomst / overvurder passiver og omkostninger)
- Retvisende billede (hvis de andre principper giver anledning til et ikke-retvisende billede skal de droppes eller der skal gives yderligere oplysninger)

**5. Bogføring**

**Det dobbelte bogholderi:** Debet og kredit (i T-konti er debit til *venstre* og kredit til *højre*, s. 119)

	Aktiver	Passiver
Stigning	Debet	Kredit (også indtægter)
Fald	Kredit	Debet (også omkostninger)

Henlagt overskud er et passiv, hvorfor indtægter (øger henlagt overskud) krediteres og omkostninger (som mindsker overskud) debiteres.

Poster på balancen starter på saldoen på sidste års balance

Poster på indtægter, udgifter og dividender starter på nul (ultimosaldo overføres til henlagt overskud)

**Periodisering**

Flytter omkostninger og indtægter mellem perioder. Periodiseringer sikrer at matchingprincippet overholdes.

Periodisering foretages, når:

- Betaling ikke falder sammen med den relevante indtægt/omkostning
- Omkostninger ikke falder i samme perioder som relevante indtægter

Kontinuerligt påløbende indtægter / omkostninger

- Posteret i pågældende periode selvom betaling først falder senere (fx renter)

Investeringer konteres som aktiv, når omkostningen afholdes. Afskrives i de perioder, hvor de genererer indtægter. Omkostningen skydes til den relevante periode.

Hvis omkostningen fører til indtægter i samme periode som de afholdes konteres det på omkostningskontoen.

**Kapitalgevinster /-tab**

Anlægsinvesteringer værdifastsættes til anskaffelsespris (minus afskrivninger). Kapitalgevinster bogføres først ved realisering (salg).

**Moms**

Skat på værdiforøgelsen, der foregår i virksomheden.

Bogføring: Køb [salg] af vare til 100 + moms

- Krediter [debiter] likvider (aktiv) med 125
- Debiter [krediter] omkostninger (passiv) [varesalg (passiv)] med 100
- Debiter købsmoms med 25 (aktiv) [krediter salgsmoms (passiv) med 25]

Slutning af året:

- Krediter købsmoms
- Debiter salgsmoms
- Krediter likvider med difference

**Sammenhænge**

Man kan udlede pengestrømsopgørelsen fra balance og resultatopgørelse.

Det er meget svært at fuske med pengestrømsopgørelsen.

**Note om datterselskaber**

Finansielle anlægsaktiver værdisættes til anskaffelsespris, datterselskaber er dog en undtagelse (fodnote 3). Her anvendes på moderselskabets balance ofte dettes andel af datterselskabets egenkapital - "egenkapitalmetoden".

Hvis en virksomhed har et datterselskab værdiansættes dette til samme andel af datterselskabets egenkapital som virksomhedens aktieejers andel af datterselskabets aktier.

Ifølge egenkapitalmetoden medfører overskud i datterselskabet en stigning i egenkapitalen.

**Goodwill (se s. 45)**

Hvis købsprisen overstiger værdien af egenkapitalen sker følgende

- Likvider krediteres
- Nyt finansielt anlægsaktiv debiteres
- Nyt aktiv: Goodwill (immaterielt aktiv) debiteres

Goodwill er forskellen på en købt virksomheds værdi og pris.

**6. Regnskabsanalyse****Værdien af en virksomhed (se evt. s. 171 om 'sand' værdi)**

- Regnskabsmæssig værdi (egenkapital)
- Markedsværdi (aktiekurs x antal udstedte aktier)
- Økonomisk værdi / fundamental værdi (nutidsværdi af al fremtidig indkomst)

Kvalitativ analyse: Estimere fremtidig profitabilitet

Kvantitativ analyse: Anvende finansielle nøgletal til sammenligninger

**Earnings quality (kvalitativ analyse)**

*Udtryk for afvigelser fra sand finansiel tilstand, s. 177*

- Overdrive overskud (fremskynde indtægter, udskyde omkostninger)
- Overdrive underskud - fremvise forbedringer i næste perioder
- Underdrive overskud - udjævne indkomst over tid
- Skubbe gæld ud af balancen - fremstå mere robust

**Kvantitativ analyse**

Sammenligning over tid (jf. GAAP). Har en række mangler. Siger ikke meget om struktur. Sammenligning med andre virksomheder. God indenfor brancher. Svært på tværs af størrelser. Der er derfor behov for finansielle nøgletal. (se også s. 170 og 179)

**Nøgletal for profitabilitet (s. 181-187)**

*Der anvendes ofte tal fra både resultatopgørelsen (strømstørrelse) og balancen (beholdningsstørrelse). Derfor anvendes ofte gennemsnit af primo- og ultimoværdier for balancen.*

**Egenkapitalens forrentning / Return on equity (EKF)**

$$\text{Egenkapitalens forrentning} = \frac{\text{Resultat}}{\text{Egenkapital}}$$

Ejernes afkast er deres investering i virksomheden. (Gns. af primo- og ultimoværdier for egenkapital anvendes almindeligvis)

To problemer:

- Markedsværdi kan afvige fra bogført værdi.
- Gældfinansiering kan øge det gennemsnitlige afkast, men øger samtidigt risikoen.

Se dekomponering under "Shareholder value".

**Afkastningsgrad / Return on assets (AG)**

$$\text{Afkastningsgrad} = \frac{\text{Resultat} + \text{Renteudgifter}}{\text{Samlede aktiver}}$$

Resultatet tilfalder ejere / aktionærer, mens renter tilfalder kreditorer (her har vi samlet afkast til investorer)

Samlede aktiver udtrykker den totale kapital investeret i virksomheden.

AG udtrykker således forrentningen af virksomhedens samlede investerede kapital.

**Skat**

I visse tilfælde vil man anvende tal efter skat. Man bør gange renteudgifter med den relevante skatterate. Se mere i slides, hvis relevant.

**Overskudsgrad / Return on sales (OG)**

$$\text{Overskudsgrad} = \frac{\text{Resultat} + \text{Renteudgifter}}{\text{Salgsindtægter}}$$

Overskudsgraden angiver, hvor stor en andel af en kroners salg som i gennemsnit tilfalder virksomhedens investorer (ejere og kreditorer).

**Nøgletal for finansiell gearing**

Finansiell gearing er et udtryk for virksomhedens anvendelse af gæld til finansiering. Dette er forbundet med risiko.

To typer af mål: Gældens andel af samlet kapital [1] og gældens andel af indtjeningen [2]

**Gearing i kapitalstrukturen (GKS) [1]**

$$\text{Gearing i kapitalstruktur} = \frac{\text{Samlede aktiver}}{\text{Egenkapital}} = \frac{\text{Gæld} + \text{egenkapital}}{\text{egenkapital}}$$

Omskrivningen viser, hvordan et højere nøgletal betyder større gearing.

**Gæld-egenkapital forholdet (G) [1]**

$$\text{Gæld – egenkapital forhold} = \frac{\text{Gæld}}{\text{Egenkapital}}$$

Angiver det samme som GKS. Ses ofte blot omtalt som *gearingen*.

**Gearing i indkomststrukturen (GIS) [2]**

$$\text{Gearing i indkomststruktur} = \frac{\text{Resultat}}{\text{Resultat} + \text{Renteudgifter}}$$

Hvilken andel af den samlede indkomst til virksomhedens investorer tilfalder ejerne (i modsætning til kreditorene).

**Nøgletal for solvens**

Solvens er evnen til at betale sine kreditorer, når betalinger forfalder. Relevant for potentielle kreditorer.

**Likviditetsgrad A / Current ratio**

Hvor mange aktiver, der kan realiseres indenfor et år i forhold til gæld der forfalder indenfor et år.

$$\text{current ratio} = \frac{\text{omsætningsaktiver}}{\text{kortfristet gæld}}$$

**Likviditetsgrad B / Quick ratio**

Hvor mange aktiver, der kan realiseres til kontanter i forhold til gæld der forfalder indenfor et år.

$$\text{quick ratio} = \frac{\text{kontanter} + \text{værdipapirer} + \text{tilgodehavender}}{\text{kortfristet gæld}}$$

Begge likviditetsgrader bør være større end 1.

**Rentedækningsratio, IC**

Udtryk for den indkomst, der kan bruges til rentebetalinger i forhold til rentebetalinger

$$\text{rentedækningsratio} = \frac{\text{resultat} + \text{renteomkostninger} + \text{skat}}{\text{renteomkostninger}}$$

Skat indgår, fordi rentebetalinger er fradragsberettigede. Målet bør være større end 1.

**Nøgletal for aktivernes omsætningshastighed****Aktivernes omsætningshastighed (AOH)**

$$\text{Aktivernes omsætningshastighed} = \frac{\text{indtægter}}{\text{samlede aktiver}}$$

Hvor hurtigt virksomhedens aktiver i gennemsnit bliver omsat til salg.

**Tilgodehavenders omsætningshastighed**

$$\text{Tilgodehavenders omsætningshastighed} = \frac{\text{salg på kredit}}{\text{kundetilgodehavender}}$$

Hvor lang tid det i gennemsnit tager at realisere kundetilgodehavender.

*Kan deles med 365 dage for at få antal dage før indkrævning.*

**Lagerets omsætningshastighed**

$$\text{Lagerets omsætningshastighed} = \frac{\text{omkostninger til solgte varer}}{\text{varelager}}$$

Hvor lang tid tager det i gennemsnit at få tømt lageret.

En høj omsætningshastighed er alt andet lige positivt, da det betyder, at der er relativt lidt kapital bundet i tilgodehavender / varelager.

**Andre nøgletal****Resultat per aktie (EPS)**

$$\text{Resultat per aktie} = \frac{\text{Resultat}}{\text{Antal udstedte aktier}}$$

Hvor stort et overskud tilfalder hver aktie. Tager ikke højde for investeringens størrelse.

**Price-earning ratio (P/E)**

$$\text{Price – earnings ratio} = \frac{\text{Markedspris per aktie}}{\text{Resultat per aktie}}$$

Hvor meget skal en investor betale for en krones overskud i denne og alle fremtidige perioder givet at virksomhedens resultat er konstant over tid. Kaldes ofte "prisen" på en aktie. Virksomhedens resultat er dog sjældent konstant i al fremtid og derfor er P/E ofte udtryk for markedets lave forventninger.

**Aktieafkast**

Total Return

$$TR = \frac{\text{aktiekurs}_1 - \text{aktiekurs}_0 + \text{dividende}}{\text{aktiekurs}_0}$$

Relative Return:  $RR = TR + 1$



## 7. Shareholder value

Ejerne af en virksomhed har en alternativomkostning - de kunne have foretaget en alternativ investering. Denne alternativomkostning kaldes egenkapitalomkostning.

Værdi = Egenkapitalens forretning (EKF) - egenkapitalomkostningen

Egenkapitalomkostning = risikofrit afkast + risikopræmie

Vi kan foretage en dekomponering af EKF:

$$EKF = \frac{\text{resultat}}{\text{egenkapital}} = \frac{\text{resultat}}{\text{resultat} + \text{renter}} \cdot \frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{indtægter}} \cdot \frac{\text{indtægter}}{\text{aktiver}} \cdot \frac{\text{aktiver}}{\text{egenkapital}}$$

$$EKF = GIS \cdot OG \cdot AOH \cdot GKS$$

Overskudsgrad: Hvor god er virksomheden til at tjene på sit salg/drift. Svarer til driftsfunktionen.

Aktivernes omsætningshastighed: Hvor god er virksomheden til at skabe salg ved hjælp af den investerede kapital. Svarer til investeringsfunktionen.

Gearing (GKS x GIS): Hvor god er virksomheden til at øge overskuddet ved hjælp af fremmedkapital. Svarer til finansieringsfunktionen.

De forskellige funktionsinddelinger siger noget om virksomhedens styrker.

### Gearing

Produktet af GKS og GIS kan skrives som:

$$\left( 1 + \frac{\text{gæld}}{\text{egenkapital}} \left( \frac{\frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}} - \frac{\text{renter}}{\text{gæld}}}{\frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}}} \right) \right)$$

Hvis  $\frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}} > \frac{\text{renter}}{\text{gæld}}$  så øger gæld EKF og vice versa. Det vil sige, at gæld øger EKF hvis virksomhedens investeringer i gennemsnit har et højere afkast end rentesatsen (uagtet risiko) Bemærk, at første led er det samme som AG.

Har man ingen gæld er udtrykket 1.

$$AG = \frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}} = \text{WACC (uden skat)}$$

Når vi ser bort fra rentefradrag på skat finder vi:

$$\text{WACC} = \text{rente} \cdot \frac{\text{gæld}}{\text{aktiver}} + EKF \cdot \frac{\text{egenkapital}}{\text{aktiver}} = \frac{\text{rente}}{\text{gæld}} \cdot \frac{\text{gæld}}{\text{aktiver}} + \frac{\text{resultat}}{\text{egenkapital}} \cdot \frac{\text{egenkapital}}{\text{aktiver}} = AG$$

## Hovedpointer - Investeringer

### 11. Time Value of Money

Betalinger på forskellige tidspunkter kan ikke umiddelbart sammenlignes på grund af alternativomkostninger ("time value of money").

#### Nutidsværdi

Nutidsværdien af et beløb  $FV$  ved rente  $r$  og  $t$  perioder<sup>2</sup>:

$$NV = FV_t \frac{1}{(1+r)^t}$$

### 12. Nutidsværdi af betalingsrækker

#### Perpetuitet

Værdien af en uendelig række betalinger (eksempelvis Preferred Shares: Fast dividende (som gæld), ingen udløbstid (som egenkapital))

$$NV = \frac{C}{r}$$

hvor  $C$  er en uendelig række af betalinger og  $r$  er renten.

Med konstant vækstrate  $g$ :

$$NV = \frac{C}{r-g}$$

#### Annuitet

En række lige store årlige betalinger over en endelig periode. Generel formel er givet som:

$$NV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r(1+r)^t}$$

Svarer til en uendelig række fratrukket en anden uendelig række tilbagediskonteret til år 0.

#### Timing

Formlerne for annuitet og perpetuitet antager at betalingsrækken starter én periode ude i fremtiden. Hvis der er en yderligere straksbetaling kan denne umiddelbart lægges til.

---

<sup>2</sup> Fremtidsværdi kan findes således:  $FV = NV(1+r)^t$

### 13. Beslutningsregler for anlægsinvesteringer

#### Fire beslutningskriterier:<sup>3</sup>

1. Kapitalværdi
2. Tilbagebetalingstidspunkt
3. Intern rente
4. Profitabilitetsindeks

#### **Kapitalværdimetoden (nettonutidsværdi) (s. 372)**

Beregn nutidsværdien af alle indtægter og omkostninger relateret til investeringen idet virksomhedens kapitalomkostning bruges som diskonteringsrente

Investeringen skal gennemføres hvis og kun hvis summen af nutidsværdierne er positiv.

Kapitalomkostningen betyder at den bedste alternative investering giver dette afkast. Hvis beløbet man skulle have investeret til kapitalomkostningen er større end det en given investering påkræver, er kapitalværdien positiv.

En investerings kapitalværdi er således et udtryk for den skabte værdi til virksomhedens ejere (shareholder value = EKF - egenkapitalomkostningen). Dette er den optimale metode, da den er konsistent i målet om at maksimere *shareholder value* (s. 190).

#### **To gensidigt udelukkende investeringer**

1. Beregn nutidsværdien af alle indtægter og omkostninger relateret til investering 1 i det virksomhedens kapitalomkostning bruges som diskonteringsrente
2. Gør tilsvarende for investering 2
3. Gennemfør investeringen med den højeste nettonutidsværdi (kapitalværdi), forudsat denne er positiv.

Kapitalværdimetoden maksimerer *shareholder value*.

Det er det teoretisk set mest korrekte beslutningskriterium, men har en række forhold. (betalingsrækken, diskonteringsrenten og risiko)

#### **Intern rente**

Den interne rente af et investeringsprojekt er den diskonteringsrente, som giver projektet en netto-nutidsværdi på præcist nul.

Nettonutidsværdien af investeringsprojekter med konventionel tidsprofil (omkostninger før indtægter) er aftagende i diskonteringsrenten.

Den interne rente er den højeste diskonteringsrente, som gør et projekt acceptabelt.

---

<sup>3</sup> Der findes tre typer investeringer: Gensidigt udelukkende, uafhængige og betingede (herunder optional og non-optional)

**Den interne rentefods metode** En investering skal gennemføres, hvis den interne rente er større end virksomhedens kapitalomkostning.

Oftentimes får man samme svar på, hvorvidt en investering skal gennemføres:

$$NNV > 0 \Leftrightarrow \text{intern rente} > \text{diskonteringsrente}$$

To undtagelser:

- Ukonventionelle tidsprofiler
- Gensidigt udelukkende investeringsalternativer

### ***Tidsprofiler***

Hvis indtægter kommer før omkostninger, vil en højere diskonteringsrente medføre relativt mindre vægt på omkostningerne, hvilket ved give en nutidsværdi stigende i diskonteringsrenten.

Ligeledes vil en stor initialomkostning og terminalomkostning medføre at nutidsværdien vil være stigende og så aftagende i diskonteringsrenten. Altså kan det være muligt, at to diskonteringsrenter giver nutidsværdi på nul. (Der kan i øvrigt være så mange løsninger til IR som der er fortegnsskift i betalingsstrømmen)

Dermed får vi ved den interne rentefods metode ikke en unik anbefaling.

### ***To investeringsalternativer***

Man kan opnå forskellige resultater for to investeringer, hvor indtægterne ligger enten tæt på eller længere væk afhængigt af om diskonteringsrenten er stor eller lille. Vi sammenligner de to investeringers rentabilitet i to forskellige intervaller af rentesatsen.

### **Modificerede interne rente**

Med den interne rente antages det implicit at pengestrømme geninvesteres til den interne rente, hvilket er usandsynligt (givet at den interne rente er større end kapitalomkostningen).

Den modificerede interne rente tager højde for dette ved at

1. Beregne terminalværdien af positive cash-flows idet der diskonteres med kapitalomkostningen
2. MIR er den diskonteringsfaktor, der gør nutidsværdien af denne terminalværdi lig med investeringsomkostningen.

Fordelen ved den interne rentefods metode er, at den kan beregnes uden kendskab til diskonteringsrenten og giver ofte det samme som kapitalværdimetoden.

Til gengæld får man ikke altid en unik anbefaling.

### **Tilbagebetalingsmetoden**

En investering skal gennemføres hvis summen af indtægterne over et bestemt antal år overstiger omkostningen.

Metoden er simpel og tager højde for usikkerhed ved fremtidige betalinger.

Tager ikke højde for tilbagebetalingsperioden eller kapitalomkostningen. Ingen teoretisk fundament (anvendes sjældent i opgaver) [udregnes som primær udbetaling delt med årlig indbetaling]

### Profitabilitetsindeks

En investerings profitabilitetsindeks er givet ved

$$\frac{\text{nutidsværdi af indtægter}}{\text{initial investering}}$$

Den udtrykker shareholder value (da det er nutidsværdien) per investeret krone. (anvendes sjældent i opgaver)

## Hovedpointer - Finansiering

### 1. Lån og obligationer

#### Finansieringsteori

Finansielt aktiv: Immaterielt aktiv, hvis værdi består i en fremtidig kontraktlig rettighed.

Værdipapirer: finansielle aktiver, som kan handles på finansielle markeder

#### Lånerelaterede begreber

Hovedstol: Det samlede beløb, der skal betales tilbage ifølge låneaftalen (eksl. renter)

Kurs: 'Prisen' på lånet

Kurstab: Omkostning som følge af kurs < 100

Provenu: Det beløb, man får udbetalt, når alle omkostninger til optagelse af lånet er afholdt (stempelegift, tinglysningsafgift, provision, gebyrer, bidrag, mm.)

Løbetid: Lånets tilbagebetalingstid

Termin: Tidspunkt for betaling på lånet

Ydelse: Det beløb, der betales til terminen (renter + afdrag)

Afdrag: Løbende tilbagebetaling af lånets hovedstol

Amortisering: Andet ord for afdrag

Restgæld: Den del af lånets *hovedstol*, som ved et givent tidspunkt ikke er betalt

#### Hovedstol, provenu etc.

$$\text{Provenu} = \text{Hovedstol} - \left(1 - \frac{\text{kurs}}{100}\right) \cdot \text{hovedstol} - \text{udstedelsesgebyr}$$

Hvis gebyr kun er afhængig af hovedstol:

$$\text{Provenu} = \text{Hovedstol} \left( \frac{\text{kurs}}{100} - \text{kurtage} \right) \Leftrightarrow \text{Hovedstol} = \frac{\text{Provenu}}{\frac{\text{kurs}}{100} - \text{kurtage}}$$

#### Rentebegreber

Den pålydende rente (kuponrenten, den nominelle rente): Den årlige rente som fremgår af låneaftalen

Terminsrenten: Årlig rente delt med antal terminer.

Effektiv rente: Den rentesats, der sikrer, at nutidsværdien af alle betalinger relateret til lånet er præcis nul

$$-PR + \sum_{(t=1)} Y_t(1 + ER)^{-t} = 0$$

hvor PR er lånets provenu og  $Y_t$  er lånets ydelse i periode  $t$ .

Den effektive rente tager højde for alle omkostninger. Udtrykker de gennemsnitlige *årlige* omkostninger i forhold til det faktiske låneprovenu. Sammenligneligt på tværs af lån. Direkte parallel til den interne rente i investeringsteori.

Der er dog andre kriterier, der kan spille ind: Størrelse af provenu, fleksibilitet og ydelsesprofil.

### Låntyper:

Kassekredit: Aftale om lån op til en øvre grænse (fleksibel). Betales rente af faktisk lån, men derudover ofte provision af det maksimale lån.

Stående lån: Der betales løbende renter til hver termin, men ingen afdrag. Hele hovedstolen betales tilbage ved lånets udløb.

Annuitetslån: Samme konstante ydelse (rente + afdrag) hver termin. Faldende rentebetalinger og stigende afdrag (for at holde ydelse konstant)

Serielån: Konstante afdrag hver termin indtil lånets udløb. Renter og afdrag falder begge i løbet af lånets løbetid.

Hybrider: Afdragsfrie lån.

### Annuitetslån

Annuitetsformlen:

$$Y = H \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

hvor H er hovedstolen,  $r$  er terminsrenten og  $n$  er samlede antal terminer. (Ydelsen efter skat stiger, da kun renter er fradragsberettigede)

### Obligationer

Typer: Realkreditobligationer, statsobligationer, virksomhedsobligationer

Obligation: Fast kontrakt på en række fremtidige betalinger, beskrevet ved pålydende rente (kuponrenten), løbetid og afdragsprofil. Et lån fra køberen til udstederen.

Salgsprisen på obligationen kaldes kursen og fastsættes på markedsvilkår. (udbud / efterspørgsel)

Køberen af obligationen kan senere sælge den videre til markedsværdi.

Højere kursværdi medfører lavere effektiv rente for en given kuponrente. Det medfører at renten kan blive negativ, hvis kursen er over 100.

Markedsværdien bestemmes som nutidsværdien af fremtidige betalinger. Kalkulationsrenten er markedrenten (alternativt afkast på aktiver med tilsvarende løbetid og risiko).

Kursen:

- falder (stiger) når markedsrenten stiger (falder)
- er over (under) 100, når markedsrenten er lavere (højere) end den pålydende rente
- er lig 100 (pari) når markedsrenten er lig den pålydende rente.

Når markedsrenten stiger forbedres afkastet på alternative investeringer, så investorenes betalingsvillighed for den givne obligationer falder, lavere efterspørgsel.

Kursen vil blive fastsat, så markedsrente = effektiv renten. Det betyder ikke at renten er den samme for alle obligationer (forskelle i løbetid og risiko). Kortere løbetid giver lavere effektiv rente.

## 2. Måling af afkast og risiko

### Porteføljeteori

Investorer er **afkastsøgende** (hvis to værdipapirer har samme risiko, foretrækkes det med størst afkast) og **risikoaverse** (hvis to værdipapirer har samme forventede afkast, foretrækkes det mindst risikofyldte).

Disse præferencer er ofte i konflikt med hinanden.

En risikoavers minimerer ikke nødvendigvis risiko, men påtager sig kun risiko mod betaling af højere forventet afkast (risikopræmie).

### Afkastet af et værdipapir

Værdipapirer købes og sælges til markedspris. Markedsprisen varierer over tid. Både obligationer og værdipapirer har en løbende kontant betaling (hhv. renter og dividender).

Formel for afkast:

$$TR_t = \frac{CF_t + P_E - P_B}{P_B},$$

hvor  $CF_t$  er pengestrøm i løbet af periode  $t$ .  $P_E$  og  $P_B$  er prisen i slutningen og begyndelsen af periode  $t$ .

Relativt afkast:

$$RR_t = \frac{CF_t + P_E}{P_B},$$

Altså  $RR = TR + 1$

Nominelt afkast er stigningen i kroner og ører, mens det reale afkast er stigningen i værdipapirets købekraft.

Inflationskorrigeret afkast (s. 494):

$$TR_{IA} = \frac{1+TR}{1+\text{inflationsrate}} - 1.$$

**Forventet afkast**

Sidste års afkast siger meget lidt om forventet afkast (og intet om risiko). En række af historiske afkast siger mere.

Det **kumulative afkast** måler det samlede afkast over flere perioder (husk at trække 1 fra ved pct):

$$CR_n = RR_1 \cdot RR_2 \cdot \dots \cdot RR_n$$

For at finde det kumulative afkast ganges

**Gennemsnitligt afkast - Aritmetisk gennemsnit**

$$\overline{TR} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n TR_i$$

Bedste bud på afkastet i et *tilfældigt* år, dvs. det bedste estimat for forventet afkast i næste periode.

**Gennemsnitligt afkast - Geometrisk gennemsnit**

$$G = (RR_1 \cdot RR_2 \cdot \dots \cdot RR_n)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Det konstante årlige afkast, som ville have givet samme kumulative afkast, som den faktiske række af afkast. Gennemsnitlige årlige afkast, man har opnået ved at holde aktivet over en år-række.

Det geometriske gennemsnit er definatorisk mindre end det aritmetiske.

Jo større standardafvigelsen er desto mindre er det geometriske gennemsnit for en givet aritmetisk middelværdi.

**Risiko**

Risiko er sandsynligheden for at afkastet bliver "markant" lavere end forventet. Stor variabilitet giver øget sandsynlighed for et markant lavere afkast end forventet.

**Empirisk varians**

Statistisk begreb til måling af variabilitet som både tager højde for 1) størrelsen af afvigelserne fra gennemsnittet og 2) hyppigheden af store afvigelser fra gennemsnittet

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (TR_i - \overline{TR})^2}{n - 1}$$

(gennemsnitlige kvadrede afvigelse fra gennemsnittet)

Standardafvigelsen er blot  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  og måles i samme enhed. (Ved normalfordeling, se s. 499)

**Risikopræmie**

Investorer er villige til at investere i aktier, selvom der er risiko, fordi de bliver kompenseret for det. Der er en *positiv* sammenhæng mellem forventet afkast og risiko. Den er positiv fordi folk er risikoaverse.



### 3. Porteføljeteori I

#### Antagelser

1) Endeligt antal værdipapirer, 2) En vilkårlig andel af formuen kan placeres i hvert værdipapir, ingen transaktionsomkostninger 3) Fundamental usikkerhed om fremtidige afkast, 4) Risikoovers og afkastsøgende.

#### Teori kontra virkelighed

Investorerne kender ikke sandsynlighedsfordelinger over verdens fremtidige tilstande.

Men på baggrund af statistiske analyser af afkastrækker kan de bestemme

- Værdipapirernes gennemsnitlige afkast (forventet afkast)
- Graden af variabilitet i afkastene (varians)
- Graden af samvariabilitet mellem afkastene (kovarians)

Vi antager implicit at sandsynlighedsfordelingerne for afkast i fremtiden vil være omtrent som de har været i fortiden.

#### Teoretisk statistik

Stokastisk variabel: En variabel  $X$ , hvis værdi er usikker på forhånd

Realiseret værdi: Værdien, som  $X$  antager, når usikkerheden udløses.

#### Middelværdi

$$E(X) = \sum_{i=1}^I p_i x_i$$

Vægtet gennemsnit af de mulige værdier med værdiernes sandsynligheder ( $p$ ) som vægte.

#### Varians

$$\sigma_X^2 = E([X - E(X)]^2) = \sum_{i=1}^I [x_i - E(X)]^2 p_i$$

Middelværdien af den kvadrerede afvigelse fra den forventede værdi. Fortolkning: Den gennemsnitlige kvadrerede afvigelse fra den forventede værdi, hvis  $X$  realiseres mange gange. Variansen siger noget om variabiliteten af  $X$ . Standardafvigelsen er kvadratroden af variansen.

#### Kovarians

$$\sigma_{XY} = E([X_i - E(X)][Y_i - E(Y)]) = \sum_{i=1}^I [x_i - E(X)][y_i - E(Y)] p_i$$

Middelværdien af produktet af variabelnes afvigelser fra deres forventede værdier. Udtryk for, hvor meget to stokastiske variable samvarierer.

Hvis de to variable er ens vil man få variansen. Hvis den ene afhænger negativt af den anden så får man den negative varians. Ingen sammenhæng giver en kovarians på 0.

**Korrelationskoefficienten**

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

Udtrykker samvariation ligesom kovariansen, men begrænset til intervallet  $[-1; 1]$ .

Korrelationskoefficienten definerer begrebet *korrelation*:

- $\rho_{XY} > 0$ : positivt korrelerede
- $\rho_{XY} < 0$ : negativt korrelerede
- $\rho_{XY} = 0$ : ikke korrelerede

**Regneregler for stokastiske variable**

Z er en stokastisk variabel, som er et vægtet gennemsnit af de stokastiske variable X og Y.

$$Z = w_X X + w_Y Y$$

Middelværdien er

$$E[Z] = w_X E[X] + w_Y E[Y]$$

Variansen er (generel formel s. 19)

$$\sigma_Z^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \sigma_{XY}$$

Vi kan omskrive variansen ved at benytte udtrykket for korrelationskoefficient.

$$\sigma_Z^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \cdot \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$$

Hvis  $\rho_{XY} = 1$  får vi at vi kan reducere udtrykket ved hjælp af en kvadratsætning

$$\sigma_Z^2 = (w_X \sigma_X + w_Y \sigma_Y)^2$$

For  $\rho_{XY} \leq 1$  ser vi at

$$\sigma_Z^2 \leq (w_X \sigma_X + w_Y \sigma_Y)^2$$

samt fra tidligere:

$$E[Z] = w_X E[X] + w_Y E[Y]$$

Note - formel for standardafvigelse:

$$\sigma_Z = \sqrt{w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \sigma_{XY}}$$

**Teori til virkelighed**

Det ovenstående er teoretiske begreber for stokastiske variable, der kræver at man kender sandsynlighedsfordelingerne.

Vi må i praksis estimere dem: Vi opfatter det fremtidige afkast af et værdipapir som en stokastisk variabel, der realiseres i hver periode.

Population: Samtlige fortidige og fremtidige afkast

Stikprøve: (delmængde af) historiske afkast.

## Anvendelse i porteføljeteori - overblik

Forventet afkast:

- Teoretisk populationsparam.: Middelværdi,  $E(X) = \sum_{i=1}^I p_i x_i$
- Empirisk stikprøveækvivalent: Aritmetisk gns.  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Variabilitet / risiko:

- Population.:
  - Varians,  $\sigma^2 = \sum_{i=1}^I (x_i - E(X))^2 p_i$
  - Standardafvigelse:  $\sigma = \left( \sum_{i=1}^I (x_i - E(X))^2 p_i \right)^{\frac{1}{2}}$
- Stikprøve.:
  - Empirisk varians =  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
  - Empirisk standardafvigelse: =  $\left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

Samvariation mellem to aktiver:

- Pop.: Kovarians,  $\sigma_{XY} = \sum_{i=1}^I (x_i - E(X))(y_i - E(Y)) p_i$
- Stikprøve: Empirisk kovarians =  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$

34 / 34

### 4. Porteføljeteori II

For  $n$  forskellige værdipapirer med vægte  $(w_1, w_2, \dots, w_n)$  (der summer til 1) skal vi finde den optimale portefølje.

Afkastet er

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n$$

Det forventede afkast er:

$$E[R_p] = w_1 E[R_1] + w_2 E[R_2] + \dots + w_n E[R_n]$$

Variansen for porteføljen er:

$$\sigma_p^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} w_i w_j \sigma_{ij}$$

Porteføljevariansen afhænger altså variansen af hvert enkelt værdipapir i porteføljen samt af kovarianserne mellem værdipapirerne.

Dette kan opskrives i en varians-kovariansmatrix med varianser langs diagonalen og kovarianser omkring.

Man kan ved at tilføje et meget risikofyldt aktiv sænke risikoen for en hel portefølje, hvis dette ikke kovarierer med de andre værdipapirer.

#### Diversifikationsprincippet (se også s. 527)

For en portefølje bestående af forskellige værdipapirer er den samlede porteføljerisiko mindre end eller lig det vægtede gennemsnit af risikoen for de enkelte værdipapirer i porteføljen.

Ved diversifikation kan man reducere risikoen, der kommer fra usikkerhed på virksomhedsniveau, men ikke den der kommer af usikkerhed på markedsniveau.

En porteføljes forventede afkast er lig det vægtede gennemsnit af elementernes forventede afkast, *men* standardafvigelsen for porteføljes afkast er mindre (eller lig) det vægtede gennemsnit af elementernes standardafvigelser

$$\sigma_p \leq w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2 + \dots + w_n\sigma_n$$

Dette er den formaliserede version af diversifikationsprincippet. (for typer af risici, se s. 496)

### Kovarianser

Når antallet af værdipapirer i porteføljen ( $n$ ) er stort bliver variansleddene mindre vigtige end kovariansleddene, da når der tilføjes 1 variansled tilføjes  $2n$  kovariansled.

Varianserne er et udtryk for den individuelle risiko, mens kovariansleddene udtrykker markedsrisikoen. Når antallet af værdipapirer forøges mindskes den individuelle risiko, men markedsrisikoen forbliver.

Når værdipapirer er helt ukorrelerede vil porteføljes varians gå mod 0 når  $n$  bliver vilkårlig stor. Når værdipapirer er positivt korrelerede, så går variansen mod  $\sigma^2\rho$ , når  $n$  bliver vilkårlig stor.

### Dominerede vs efficiente porteføljer

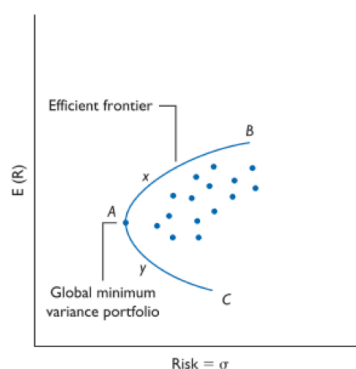
En portefølje siges at være domineret, hvis der findes en anden mulig portefølje, der

- samme forventede afkast, men lavere risiko
- samme risiko, men højere forventet afkast.

En portefølje er efficient, hvis den ikke er domineret af andre mulige porteføljer.

Den mulige portefølje med laveste risiko kaldes **minimumsvariansporteføljen**.

En investor vil altid investere i en efficient portefølje.



19/30

Investoren skal vælge portefølje ud fra præferencer. Dette kan illustreres med indifferenskurver. Stejle indifferenskurver betyder, at investoren skal kompenseres meget for at påtage sig mere risiko og vice versa.

Markowitz-modellen kan opfattes både som normativ og positiv teori. I førstnævnte tilfælde vil man diskutere antagelser. I sidstnævnte vil man teste forudsigelser.

## 5. Kapitalmarkedsteori

### CAPM (Capital Asset Pricing Model) (s. 571)

Antagelser:

- Der eksisterer et risikofrit aktiv (eks. statsobligation) med *risikofri afkast*
- Alle investorer har samme sandsynlighedsfordeling (opfattelse af varians, afkast, mm.)
- Alle investorer har samme tidshorisont på en periode
- Alle investorer er små i forhold til det samlede marked (pristagere)
- Ingen transaktionsomkostninger, skatter, inflation.

Variansen for en portefølje bestående af et risikofrit aktiv Y og et aktiv X er:

$$\sigma^2 = w_x^2 \sigma_x^2$$

Vi ser, at eksistensen af et risikofrit aktiv udvider mængden af mulige porteføljer. Denne udvides mest muligt ved at kombinere det risiko aktiv med en enkelt risikofyldt portefølje: tangentporteføljen,  $M$ .

Mængden af efficiente porteføljer ligger nu på en ret linje gennem det risikofri aktiv og tangentporteføljen. **Kapitalmarkedslinjen** har formlen (jf. s. 576):

$$E(R_P) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M} \sigma_P$$

hvor  $P$  er portefølje på linjen mellem  $(0, RF)$  og  $(\sigma_M, E[R_M])$ . Fortolkningen er, at det forventede afkast af en portefølje  $P$  er et risikofrit afkast ( $RF$ ) plus en risikopræmie (givet ved hældningen).

Alle andre mulige porteføljer er domineret af mindst én portefølje på kapitalmarkedslinjen. Hvis andelen af det risikofri aktiv er negativ svarer det til **lånefinansieret aktieinvestering**.

### Porteføljen M

Modellen forudsiger, at alle investorer bruger en del af deres formue på porteføljen  $M$  og en del på det risikofri aktiv. (Meget risikoaverse investorer holder større andel af det risikofri aktiv og omvendt.)

$M$  er derfor lig markedsporteføljen - den portefølje, der består af alle risikofyldte værdipapirer på markedet, hvor vægten for hvert værdipapir svarer til værdipapirets andel af markedets samlede værdi.

Alle risikofyldte aktiver er med, da et værdipapir, som ingen køber vil falde i værdi, hvilket medfører øget forventet afkast og derefter vil det indlemmes i portefølje  $M$ .

### Relevant risikomål: Beta (s. 580)

Værdipapir  $i$ 's bidrag til risikoen af markedsporteføljen udtrykkes formelt som

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

Beta er den relevante risiko ved værdipapir  $i$  for en investor, som i forvejen har investeret i markedsporteføljen. Afhænger af *samvariationen med  $M$* .

Dermed får vi den centrale ligning i CAPM (fremkommer ved at substituere  $\beta$  i ovenstående):

$$\text{Krævet afkast} = E[R_i] = RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$$

I ligevægt vil ethvert værdipapir ligge på værdipapirmarkedslinjen (ovenfor). Der vil ske en tilpasning som følge af udbud og efterspørgsel, så første led bliver lig andet.

Vi kan benytte korrelationskoefficienten til at omskrive beta:

$$\beta_i = \frac{\rho_{iM} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \rho_{iM} \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

Vi ser at beta påvirker to ting:

- hvor meget afkastet på værdipapiret varierer i forhold til afkastet på markedsporteføljen
- hvor korreleret dets afkast er med markedsporteføljens.

Vi kan estimere værdier for kovarians (bedste rette linje gennem realiseret afkast og markedsporteføljens afkast):

$$\hat{\beta}_i = \frac{\hat{\sigma}_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

### Hovedresultat CAPM

Jo større kovarians mellem et værdipapir og markedsporteføljen (højere beta-værdi), jo højere forventet afkast er der på værdipapiret.

## 6. Virksomhedens finansieringsomkostninger

### Finansieringsomkostninger (s. 579)

- Gældsomkostningen og egenkapitalomkostningen

WACC (Weighted Average Cost of Capital) er virksomhedens vægtede kapitalomkostning

$$WACC = x_{debt} \cdot k_{debt} + x_{equity} \cdot k_{equity}$$

$x$  angiver vægte,  $k_{debt}$  er virksomhedens gældsomkostning (den effektive rente på virksomhedens lån) og  $k_{equity}$  er virksomhedens egenkapitalomkostningen (afkastkravet til virksomhedens egenkapital). WACC er således virksomhedens gennemsnitlige finansieringsomkostning. (lig AG, hvis der intet rentefradrag er)

Afkastkravet til virksomhedens egenkapital er en omkostning. Det skyldes, at en virksomhed kan finansiere med fremmedkapital (gæld) eller egenkapital. Fremmedkapital kræver kompensation i form af rente og udbytte til ejere (omkostning). Finansiering med indskud af egenkapital giver nye investorer ret til andel af overskud, hvilket medfører et mindre overskud til de nuværende ejere og altså er der en omkostning ved egenkapitalfinansiering.

Jo højere afkastkravet er, jo større en andel af fremtidige overskud vil nye investorer gøre krav på, hvilket ved give en større egenkapitalomkostning.

### Gældfinansiering

Forventet udbytte:

$$U = I \cdot (1 + r) - (1 + i) \cdot L$$

hvor  $U$  er udbytte,  $I_0$  er investerings størrelse,  $r$  er afkastet på investering,  $i$  er effektiv rente i banken og  $L$  er lånesummen

Forventet afkast,  $R$  ( $E$  er eget indskud):

$$R = \frac{U - L}{E}$$

### Egenkapitalfinansiering

Forventet udbytte pr. aktie (virksomheden lukkes i år 1):  $K = \frac{I_1}{A}$ , hvor antallet af aktier er  $A$  og  $I_1$  er værdien af investering i år 1, hvor virksomheden afvikles til aktionærene. Afkastet er givet som procentvis forskel mellem udbytte pr. aktie og købspris  $P$ , altså:

$$\frac{K - P}{P} = x \Leftrightarrow P = \frac{K}{1 + x}$$

hvor  $x$  er afkastkravet fra investorerne.

Antal aktier, der skal sælges:

$$\frac{M}{\frac{K}{1+x}} = \frac{M(1+x)}{K}$$

hvor  $M$  er indskud fra fremmede investorer.

Forventet udbytte til oprindelig virksomhedsejer:

$$U = K \cdot \left( A - \frac{M(1+x)}{K} \right) = KA - M(1+x)$$

Forventet afkast af indskud:

$$R = \frac{U - M}{E}$$

Hvilket svarer til hvad vi så for gældfinansiering, når vi sidestiller  $L$  med  $M$ .

Selv hvis virksomhedsejeren selv indskød en ekstra million ville der være forbundet en alternativomkostning ved indskydelse af den million, idet hun kunne have investeret den andetsteds.

### Egenkapitalomkostning og CAPM

For et aktieselskab er egenkapitalomkostningen givet ved afkastkravet til virksomhedens aktier.

$$\text{Krævet afkast} = E[R_i] = RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$$

hvor vi ser, at beta er afgørende for egenkapitalomkostningen.

Hvis der er en høj betaværdi vil der være en høj egenkapitalomkostning.

## 7. Fundamental værdi

### Dividend Discount Model

Der findes flere forskellige Discounted Cash Flow-metoder (DCF), hvoraf en er DDM-modellen.

DDM estimerer den fundamentale værdi til at være nutidsværdien af de fremtidige dividender.

$$V_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k)^\infty}$$

Diskonteringsraten  $k$  afspejler afkastkravet til aktien, givet dens risiko. Hvis  $V_0$  er større end den aktuelle pris, så er aktien undervurderet og man bør købe og vice versa. Den største udfordring ved metoden er at man skal have estimater for alle virksomhedens fremtidige dividendeudbetalinger.

For konstante dividender:

$$V_0 = \frac{D_1}{k}$$

For konstant vækstrate  $g$  ( $D_{t+1} = (1+g)D_t$ ):

$$V_0 = \frac{D_1}{k-g}$$

Det spiller ingen rolle, at man planlægger at sælge aktien ved udgangen af en periode.

### Med forskellige vækstrater

$$V_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_0(1+g_s)^t}{(1+k)^t} + \frac{D_n(1+g_c)}{k-g_c} \cdot \frac{1}{(1+k)^n}$$

### P/E-forhold

Alternativt til DDM kan man anvende P/E-forhold, givet ved:  $\frac{P_0}{E_0}$

hvor  $P_0$  er den nuværende aktiekurs,  $E_0$  er virksomhedens resultat pr. aktie (EPS).

Til vurdering af fundamental værdi finder man estimat for passende P/E-forhold og ganger det med virksomhedens EPS.



En forventning om større overskud i fremtiden vil medføre forventning til større dividender. Der fås en højere fundamental værdi og et større P/E-forhold.

### Free Cash Flow to Equity

I DDM anvendes dividender, som er de betalinger, der *faktisk* tilfalder investoren.

Alternativt kan man anvende de fremtidige *frie cash-flow*. Det som virksomheden potentielt kan udbetale som dividender.

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{FCFE_\infty}{(1+k)^\infty}$$

hvor  $FCFE = \text{Resultat} + \text{Afskrivninger} - (\text{Afdrag på gæld} - \text{optagelse af ny gæld}) - \text{Nettoinvesteringer i kapital}$

FCFE udtrykker således, hvor meget virksomheden kan udbetale i dividender, når nettoafdrag på gælden og nettoinvesteringer er betalt.

Kan eksempelvis bruges hvis en virksomhed ikke udbetaler dividender på nuværende tidspunkt.

### Værdien af virksomheden

Værdien af en virksomhed kan forstås på to måder:

- Markedsværdien af egenkapitalen
- Markedsværdien af virksomhedens samlede aktiver = markedsværdi af egenkapital + markedsværdi af gæld

Tilsvarende kan man inddele DCF:

- Estimerer for værdi af virksomhedens egenkapital. Anvender afkastkravet til egenkapitalen (dss. virksomhedens egenkapitalomkostning) som diskonteringsrate
- Estimerer for virksomhedens samlede værdi (egenkapital + gæld). Anvender WACC som diskonteringsrate.

DDM og FCFE er eksempler på den første. FCFF er et eksempel på en, der estimerer for hele virksomheden:

### Free Cash Flow to Firm (FCFF)

Udregnes som ovenfor, hvor FCFF er resultat per aktie + afskrivninger + rentebetalinger (efter skat) - investering - udbytte til præferenceaktier

Diskonteringsraten er WACC.

Dette er nutidsværdien af fremtidige pengestrømme, som potentielt kan bruges til at udbetale dividender og servicere gæld.

## 8. *Efficiente markeder*

Hvorvidt markederne er efficiente eller ej har afgørende betydning for at man bør vælge aktiv eller passiv investeringsstrategi og har samtidigt betydning for økonomisk politik.

*Et marked siges at være efficient, hvis priserne på et givet tidspunkt reflekterer al tilgængelig information.*

Implikationer af efficient marked:

- Ethvert værdipapir har på ethvert tidspunkt et forventet afkast, som er i overensstemmelse med dets risiko (beta).
- Aktiekurser tilpasser sig øjeblikkeligt til nyt ligevægtsniveau når ny information fremkommer
- Det er ikke muligt for investorer at opnå et overnormalt forventet afkast ved at bruge den tilgængelig information
- Den eneste måde at øge sit forventede afkast på er ved at påtage sig mere risiko

*Investeringsmæssige implikationer:* Passiv strategi bliver mere attraktiv

*Politiske implikationer:* Centralbanker bør ikke forsøge at punktere bobler ved at hæve renten, da aktiekursen på ethvert givet tidspunkt repræsenterer markedets bedste bud på en akties fundamentale værdi. Omvendt har pengepolitik mere relevans, hvis markedet er inefficiet.

Bemærk, at efficiente markeder ikke betyder, at aktiekursen på ethvert tidspunkt svarer til den "sande" fundamentale værdi, men i stedet investorers bedste bud på denne på baggrund af tilgængelig information.

Markeder vil være efficiente, hvis der er et stort antal pristagende investorer, som analyserer, værdisætter og handler med henblik på størst mulig forventet afkast givet risikoen. Informationen bliver omkostningsfrit stillet til rådighed for alle investorer på samme tid.

Kritik - hvis der ikke var gevinst ved at indsamle information ville ingen gøre det og markederne ville ikke være efficiente.

Tre hypoteser om efficiente markeder (EMH) - Eugene Fama:

- Svag EMH: Nuværende markedspriser reflekterer al tilgængelig *markeds*information
- Semistærk EMH: Nuværende markedspriser reflekterer al *offentlig tilgængelig* information
- Stærk EMH: Nuværende markedspriser reflekterer *al* information (off. og privat)

Den stærk medfører de to andre.

### **Svag EMH**

Implikation: Historiske prisændringer kan ikke forudsige fremtidige prisændringer

Der er generelt empiri for at dette er sandt, hvis man indregner transaktionsomkostninger. Markederne er *økonomisk* efficiente snarere end statistisk.

### **Semistærk EMH**

Implikation: Aktiekurser skal tilpasse sig med det samme, når ny information bliver offentlig tilgængelig. Der må ikke være systematiske ændringer efter en annoncering af nyhed.

Eventstudie:

Find det overnormale afkast (AR) i perioden før og efter annonceringen

$$AR_{it} = R_{it} - E[R_{it}]$$

Beregn det kumulerede overnormale afkast (CAR) over perioden.

$$CAR_{it} = \sum_{s=0}^t AR_{is}$$

Hypotesen implicerer, at aktiekursen skal tilpasse sig helt til den nye information, når denne annonceres. Der er modsatrettet empiri for dette.

### Stærk EMH

Implikation: Aktiekurser skal tilpasse sig med det samme, når ny information bliver tilgængelig for offentligheden *eller* for private aktører.

Man skal som insider ikke kunne tjene overnormalt afkast på værdipapirer. Det er der imidlertid data, der viser, at man kan, hvorfor hypotesen ikke holder.

### Anomalier

Empiriske fænomener som modsiger hypotesen om efficiente markeder kaldes anomalier. Blandt disse hører

1. Offentliggørelse af virksomheders kvartalsregnskaber
2. Lave P/E forhold - høj vækst i aktiekurs
3. Størrelseseffekt (større afkast i små virksomheder givet risiko)
4. Januar-effekten (større afkast i Januar)

### Behavioral finance

Mennesker begår systematiske beslutningsfejl.

- Loss aversion: Smerten ved tab er større end glæden ved gevinst.
- Overoptimisme: De fleste investorer tror de er dygtigere end gennemsnittet.

## Hovedpointer - Strategi

### 9. Mikroøkonomiske principper

#### Omkostningsbegreber

Totalomkostningen  $TC(Q)$  angiver de totale omkostninger en virksomhed har ved at producere mængden  $Q$ , når den producerer, så effektivt den kan. Totalomkostningen måler virksomhedens *økonomiske omkostninger*. Dette omfatter således også alternativomkostningerne.

Gennemsnitsomkostningen

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$$

Marginalomkostningen angiver omkostningen ved at producere yderligere én enhed af varen

$$MC = \frac{dTC(Q)}{dQ}$$

### Egenskaber

Totalomkostningen er en voksende funktion.

Gennemsnitsomkostningen og marginalomkostningen kan være voksende eller faldende. Når marginalomkostningen er større end gennemsnitsomkostningen stiger gennemsnitsomkostningen og vice versa.

Når der er faste omkostninger vil AC-kurven typisk tegnes som en U-form.

MC-kurven skærer AC-kurven i dennes minimum.

### Faste og variable omkostninger

Variable omkostninger afhænger af produktionsniveau

Faste omkostninger er uafhængige af produktionsniveau. Bemærk, at omkostninger kan være faste over bestemte mængde- og tidsintervaller, men variable over andre.

På lang sigt er alle omkostninger variable.

### Sunk costs

Kun de omkostninger, der faktisk påvirkes af beslutningen, bør indgå i beslutningsgrundlaget.

### Efficient skala:

Det produktionsniveau, som minimerer gennemsnitsomkostningen

### Minimal efficient skala:

Det laveste mulige produktionsniveau, hvor der kan produceres med den laveste gennemsnitsomkostning.

### Økonomisk profit vs. regnskabsmæssigt overskud

Det regnskabsmæssige overskud svarer til resultatet på virksomhedens resultatopgørelse

Det økonomiske overskud udtrykker, hvor meget *ekstra* værdi virksomheden har skabt ved sine aktiviteter i forhold til den bedste alternative anvendelse af de ressourcer, den benytter.

### Efterspørgselselasticitet

Den procentvise stigning i efterspørgslen ved et fald i prisen på en procent.

$$\eta = - \frac{dQ/Q}{dP/P}$$

Hvis  $\eta < 1$  er efterspørgslen *inelastisk*, dvs. den falder mindre end 1 pct., når prisen stiger med 1 pct.

Hvis  $\eta > 1$  er efterspørgslen *elastisk*, dvs. den falder mere end 1 pct., når prisen stiger med 1 pct.

### Omsætningsfunktioner

Totalomsætningen angiver omsætningen ved et salg på  $Q$  enheder:

$$TR(Q) = P(Q)Q$$

hvor  $P(Q)$  er den inverse efterspørgselsfunktion

Marginalomsætningen angiver, hvor meget omsætningen stiger, hvis prisen justeres, så der kan sælges én yderligere enhed

$$MR(Q) = P(Q) + \frac{dP(Q)}{dQ} Q$$

Første led er omsætningsgevinsten ved en ekstra solgt enhed

Andet led er omsætningstab ved at sænke prisen

Vi kan omskrive marginalomsætningen til følgende:

$$MR(Q) = P(Q) \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)$$

Heraf ser vi, at for  $MR(Q) > 0 \Leftrightarrow \eta > 1$  og  $MR(Q) < 0 \Leftrightarrow \eta < 1$ .

Derudover gælder der, at  $MR(Q) < P(Q)$

### Profitmaksimerende betingelse

Den økonomiske profit er givet ved:

$$TR(Q) - TC(Q)$$

Optimum findes, når:

$$MR(Q) = MC(Q)$$

Hvis  $MR(Q) > MC(Q)$  kan overskuddet øges ved en stigning i  $Q$  og omvendt.

### Fuldkommen konkurrence

Der gælder, at der er

- mange små virksomheder
- alle producerer det samme produkt
- fri markeds-entre

Implikationer:

- Samme pris: markedsprisen
- (Markeds-)efterspørgselsfunktionen er som sædvanligt faldende i markedsprisen

For den enkelte virksomhed:

- vandret efterspørgselskurve (perfekt elastisk) - intet salg over markedsprisen

Med en vandret efterspørgselskurve gælder, at:

$$MR(Q) = P$$

*Profitmaksimerende betingelse*

$$MC(Q) = P$$

$MC(Q)$  beskriver virksomhedens *udbudskurve*. Afgør, hvor stor en mængde virksomheden vil være villig til at producere til en pris  $P$

Virksomhedens pris-mængde beslutning bestemmes af *variable* omkostninger og ikke af de faste omkostninger.

*Ligevægt*

Der må gælde, at markedsefterspørgslen ved markedsprisen  $P_0$  er lig markedsudbuddet  $NQ_0$ . (hvor  $N$  er antallet af virksomheder). Ved uligevægt vil antallet af virksomheder ændres.

Der gælder desuden, at alle virksomheder producerer ved den minimale efficiente skala og at virksomheder tjener præcis nul (økonomisk) profit.

### 10. Virksomhedens horisontale afgrænsning

Hvor mange forskellige produkter skal virksomheden producere? Hvor meget skal virksomheden producere af hvert produkt. Dette afgøres i høj grad af stordriftsfordele og samdriftsfordele.

#### Læringskurven (s. 741 i bog)

Læringskurven referer til de fordele, der opnås ved at akkumulere erfaring og know-how. Dette kan afbilledes som en nedadhældende kurve med kumulativ produktion ad 1. akse og gennemsnitkostningen ad 2. akse. Forskellen til stordriftsfordele er at man anvender *kumuleret* produktion.

Læringskurven kan påvirke, at man i en opstartsfase ikke tjener på en produktion, da man senere vil rykke længere hen ad læringskurven og derved opnå lavere omkostninger på lang sigt.

#### Stordriftsfordele (economies of scale)

Gennemsnitkostningen er en faldende funktion af produktionsniveauet ( $dAC(Q)/dQ < 0$ )

En produktionsproces er forbundet med stordriftsfordele, hvis gennemsnitkostningerne falder, når produktionen øges:

$$AC(aQ) < AC(Q) \text{ for } a > 1$$

Eller

$$TC(aQ) < a \cdot TC(Q) \text{ for } a > 1$$

Konsekvenser ved betydelige stordriftsfordele:

- Minimal efficient skala er stor - stor produktion pr. virksomhed

- Størrelse giver konkurrencemæssig fordel - få, store virksomheder på markedet. Relativ stor markedsandel til hver enkelt virksomhed.

### **Samdriftsfordele (economies of scope)**

En produktion er forbundet med samdriftsfordele, hvis omkostningerne af begge produkter er lavere, når begge produceres end når de produceres hver for sig:

$$TC(Q_x, Q_y) < TC(0, Q_y) + TC(Q_x, 0)$$

Omkostningen til produktionen af det ene produkt er lavere, når virksomheden samtidigt producerer det andet.

Samdriftsfordele er et udtryk for *spill-over* effekter.

### **Kilder til stordriftsfordele**

Faste omkostninger er en vigtig kilde til skalafordele: Gennemsnitsomkostningen er faldende i  $Q$ , fordi den faste omkostning spredes ud på flere enheder.

### **Udelelige produktionsfaktorer**

Hvis alle produktionsfaktorer var perfekt delelige kunne produktionen skaleres op og ned med konstante gennemsnitsomkostninger.

Udeleligheder forekommer typisk ved kapitalinput: Større sandsynlighed for stordriftsfordele i kapitalintensive industrier end arbejdsintensive.

### **Lagerforhold**

Lagerudgifter er en væsentlig udgift for mange typer af virksomheder. Større omsætning giver bedre mulighed for effektiv lagerstyring: Færre lagervarer i forhold til omsætning, mindre kapitalbinding. Hurtigere omsætning: Mindre depreciering.

### **Ingeniørtekniske forhold**

Overflade og areal stiger ikke proportionelt. Større er billigere.

### **Andre årsager**

- Store virksomheder kan opnå mængderabat (da leverandører fx har færre omkostninger til levering)
- Marketing - årsag er faste omkostninger til produktion.
- Forskning - spill-over fra andre felter

### **Stordriftsulemper (diseconomies of scale)**

Gennemsnitsomkostningen er voksende i produktionsniveauet ( $dAC(Q)/dQ > 0$ )

### **Kilder til skalaulemper**

Kort sigt: Kapacitetsbegrænsninger i nuværende produktionsanlæg

Stigende lønomkostninger: Empirisk er der positiv sammenhæng mellem størrelse på virksomhed og de ansattes lønniveau.

- Det kan være hyggeligere at arbejde i små virksomheder

Specialiserede inputs: Visse produktionsfaktorer kan ikke blot kopieres.

Incitaments- og koordinationsproblemer: Store virksomheder kan lide af organisatoriske problemer modsat små virksomheder.

### **Diversifikation og konglomerater**

Samdriftsfordele kan begrunde at virksomheder producerer flere beslægtede produkter.

Konglomerater er store diversificerede virksomheder, som dækker mange *ubeslægtede* områder.

Konglomerater opstår ofte som følge af sammenlægninger eller opkøb.

### *Årsager til konglomerater*

Eventuel nogle organisatoriske eller ledelsesmæssige ressourcer. Dette kan dog kritiseres, hvorvidt egentligt er sandt.

Interne kapitalmarkeder:

Konglomeratets topledelse overfører likviditet fra afdelinger med stort cash flow og lille afkast til afdelinger med lille cash flow og stort afkast. Giver mulighed for at gennemføre rentable projekter, som ellers ikke ville være realiseret ved decentral løsning.

Asymmetrisk information kan være årsag til at en decentral løsning ikke ville være muligt.

Der kan dog også være argumenter for at interne kapitalmarkeder er *værre* end eksterne kapitalmarkeder pga. incitamentsproblemer (indflydelsesomkostninger)

### **Risikospredning**

Der er ingen grund til at virksomheden diversificerer. Investorene kan diversificere ved at investere i forskellige virksomheder.

Overordnet er de evidensbaserede argumenter for konglomerater ikke særlig overbevisende.

### **Incitamenter for konglomerater**

En forklaring kan være, at konglomerater gavner ledelsen: Prestige, højere løn, lavere risiko for fyring. Det gavner imidlertid ikke aktionærene.

**Markedet for kontrol** kan dog afhjælpe dette. Hvis:

$$\text{Væridien af A + B} < \text{Væridien af A} + \text{Væridien af B}$$

Da vil en stor investor kunne købe virksomheden, splitte dem op og tjene på det.



## 11. Virksomhedens vertikale afgrænsning

### Introduktion

I en virksomhed er der planøkonomi, hvilket må være et udtryk for at der er transaktionsomkostninger ved at bruge markedet.

### Argumenter for at købe

Stordriftsfordele: En virksomhed, der producerer til flere virksomheder kan udnytte stordriftsfordele.

Agencyproblemer: En virksomheder, hvor  $AC > p$  vil blive udkonkurreret - det sker ikke indenfor virksomheden. (en ledelse kan være uvillig til at lukke inefficente afdelinger)

Indflydelsesomkostninger: Afdelingschefer kan bruge ressourcer på at påvirke fordelingen på det interna kapitalmarked.

### Argumenter for make

- Privat information
- Koordination
- Transaktionsomkostninger, herunder hold-up

Kontrakter: Kontrakter er altid i større eller mindre grad ufuldstændige, hvilket giver usikkerhed. Der er samtidigt også direkte omkostninger forbundet med at lave kontrakter.

Årsag til ufuldstændige kontrakter er:

- Begrænset rationalitet
- Vanskelighed ved at definere eller måle ydelse
- Asymmetrisk information - kun partnerne selv ved om aftalen er overholdt.

### Privat information

Virksomheden bruger måske privat information i produktionsprocessen, som giver dem en konkurrencefordel. Patenter og kontrakter er ufuldstændige, så det kan være dyrt at dele informationen med underleverandører.

### Koordination

Virksomheder er i mange tilfælde dybt afhængige af tæt koordination af forskellige aktiviteter. Hvis koordinationssvigt er meget dyrt er virksomheder i større grad tilbøjelige til at producere selv. Igen ville en kontrakt ikke kunne afhjælpe problemet, da denne er ufuldstændig.

### Hold-up

En gensidig fordelagtig transaktion mellem to uafhængige virksomheder kan ende med ikke at blive gennemført hvis der er risiko for hold-up. Dette sker, når der er en relationsspecifik investering (RSI). Når den ene virksomhed har afholdt RSI vil den anden virksomhed have incitament til at tage kontrakten til genforhandling. RSI'en vil nu være en sunk cost for virksomheden, der har afholdt den og denne virksomhed vil foretrække genforhandling.

Hvis den ene virksomhed forudser, at dette kan se, da vil aftalen ikke blive til noget.

**Begreber:**

RENT: Underleverandørens overskud, hvis transaktionen gennemføres som planlagt.

$$\text{RENT} = \text{Profit} - \text{Investering} = \text{Antal}(\text{pris}_1 - \text{omkostning}_1) - \text{Investering}$$

RSI: Tabet, hvis aftalen ikke bliver gennemført. (Hvor stor en del af handlen, man gennemfører, der er afhængig af aftalens gennemførelse)

$$\text{RSI} = \text{Investering} - \text{Alternativ anvendelse} = \text{Investering} - \text{Antal} \cdot (\text{pris}_{\text{alt}} - \text{omkostning}_1)$$

QUASIRENT: Forskellen mellem overskud og bedste alternativ

$$\text{QUASIRENT} = \text{RENT} + \text{RSI}$$

RESULTAT: Profit ved nyt resultat (oftest negativ)

$$\text{RESULTAT} = \text{Antal}(\text{pris}_2 - \text{omkostning}_1) - \text{Investering}$$

**Forudsætninger for Hold-up**

For at der kan være tale om hold-up skal der være

- Investering i relationsspecifikke aktiver
  - o Hvis leverandøren kunne anvende investeringen til at producere for en anden virksomhed, ville der intet problem være.
- Ufuldstændige kontrakter.

**Konsekvenser af hold-up**

Større direkte transaktionsomkostninger

- mere detaljerede kontrakter
- flere genforhandlinger

Mistro og dårligt samarbejds-klima

Investeringer med mindre relationsspecifik del.

**Forebyggelse af hold-up**

Gentagen interaktion - gentages samarbejdet vil der ikke være incitament til at bryde aftalen

Gensidige relationsspecifikke investeringer

Joint Ventures: Halvvejs mellem marked og egenproduktion

Vertikal intergration: Den ene virksomheder opkøber den anden og producerer selv.

**Teknisk efficiens og organisatorisk efficiens**

Ved sammenligning af to organisationsformer skelnes mellem

*Teknisk efficiens*: Produktionsmetoden med de laveste produktionsomkostninger

*Organisatorisk efficiens*: Mindste transaktionsomkostninger, agency-omkostninger og indflydelsesomkostninger.

Notation:

$$\Delta C = \Delta T + \Delta A$$

Hvor  $\Delta C$  er den samlede omkostningsfordel ved markedsløsninger givet ved summen af den tekniske omkostningsfordel ved markedsløsninger og den organisatoriske omkostningsfordel ved markedsløsninger.

Hvis  $\Delta A$  er positiv betyder det, at markedsløsningen er dyrere end den integrerede løsning og tilsvarende er  $\Delta T$  positiv hvis markedsløsningen billigere end den integrerede

Typisk vil  $\Delta T > 0$  da underleverandører typisk har samme tekniske fordele som producenten selv, men til gengæld kan benytte stordriftsfordele. Omvendt er  $\Delta A \geq 0$ , da transaktionsomkostninger påvirker den ene vej og agency-problemer den anden.

Den samlede omkostningsfordel kan derfor være både positiv og negativ. Dette afhænge af:

1. Opgavens specificitet
2. Stordriftsfordele i produktionsteknologien
3. Virksomhedens markedsandel

$\Delta T$  er alt andet lige større, når

- Opgaven er mindre specifik - underleverandøren kan udnytte stordriftsfordele
- Der er stordriftsfordele i den teknologi, som bruges - underleverandør kan udnytte stordriftsfordele ved at sælge til flere.
- Virksomhedens markedsandel er lille - in-house løsninger kan ikke udnytte stordriftsfordele

$\Delta A$  er alt andet lige større, når:

- Opgaven er mindre specifik - mindre risiko for hold-up
- Ikke væsentlig privat information

**Vertikal disintegration, når:**

- Der er stordriftsfordele
- Virksomhederne har små markedsandele
- Opgaven har lav specificitet

**Vertikal integration, når**

- Små eller ingen stordriftsfordele
- Store markedsandele
- Opgaven er specifik.

## 12. Incitament

### Incitamentsproblemer

Relevant for alle virksomheder, hvor der ikke er sammenfald mellem ejerskab og kontrol. Medfører mindre effektiv produktion og højere omkostninger. Især relevant for store virksomheder; incitamentsproblemer er kilde til skalaulemper.

**Principal-agent-relation**

Opstår når en person skal gøre noget eller bestemme noget på vegne af en anden person, som påvirker denne persons velfærd.

**Principal-agent problemer**

Når principal-agent relationer giver anledning til uønsket adfærd hos agenten taler vi om **principal-agent problemer**. Dette er opfyldt når:

1. Der er interessekonflikt mellem agent og principal
2. Asymmetrisk information (principalen er ikke fuldt informeret om agentens handlinger)

Mulige løsninger:

- Præstationsbaseret aflønning (provision, bonus, aktieoptioner)
- Overvågning (simpel overvågning, revision, bestyrelser, tilsyn)
- Alternativer (ros, indre motivation)

Ved at indføre provision vil en medarbejder øge arbejdsindsatsen, da denne sætter marginalomkostningen lig marginalgevinsten.

**Metode når salg udelukkende afhænger af arbejdet**

- Antallet af timer medarbejderen arbejder findes ved at løse førsteordensbetingelsen for medarbejderens nyttefunktion. (MR ved salg lig MC ved arbejde)
- Virksomhedens profit er givet ved salget fratrukket lønnen.
- Den samlede skabte værdi er lig virksomhedens salgsindtægter fratrukket sælgerens omkostninger ved arbejdet.
- Provisionen bør sættes til 100 pct., da der i så fald ingen interesse konflikter er længere.
- Den faste del af lønnen fordeler den generede værdi mellem medarbejder og ejere. Den bør sættes, så den er lig medarbejderens bedste alternativ.

**13. Incitamenter II****Incitamentsbaseret aflønning under usikkerhed**

Hvis salget ikke følger mekanisk af salgsindsats vil der være usikkerhed om salg, hvilket giver risiko for sælgeren. Det skal opfølges af en risikopræmie for at fastholde medarbejderen, hvilket vil give en højere lønomkostning for virksomheden.

**Certainty equivalent**

Det beløb, som gør at personen er indifferent mellem at modtage et beløb med sikkerhed eller modtage et større beløb med risiko.

Forskellen mellem den forventede værdi og den sikre ækvivalent er *risikopræmien*.

Egenskaber:

- Afhænger negativt af graden af risikoaversion. For en risikoneutral person vil den sikre ækvivalent og den forventede værdi være sammenfaldende.

- Afhænger negativt af variabilitet: Større risiko, lavere sikker ækvivalent.
- Hvis man skal vælge mellem flere lotterier, vælges den med højest sikker ækvivalent.

### Efficient risikodeling

Afhænger af risikoaversionen. Hvis en risikoneutral aktør indgår i en risikofyldt transaktion med en risikoavers aktør, så indebærer den efficiente løsning, at den risikoneutral aktør bærer den fulde risiko.

### Model med usikkerhed

Salget er nu givet som:

$$\text{Salg} = B \cdot e + \tilde{\varepsilon}$$

hvor  $\varepsilon$  er en stokastisk variabel med  $E[\tilde{\varepsilon}] = 0$  og  $\text{Var}[\tilde{\varepsilon}] = \sigma^2$

Hvis virksomheden er risikoneutral (den er diversificeret over flere virksomheder) og medarbejderne er risikoavers, da er værdien af lønpakken givet ved den sikre ækvivalent, der kan skrives som:

$$E[w] - 0,5\rho\text{Var}[w]$$

hvor  $\rho$  er koefficienten for absolut risikoaversion. Højere rho betyder lavere sikker ækvivalent og mere risikoavers.

Lønnen bliver ( $\alpha$  er provisionssatsen):

$$w = F + \alpha(Be + \tilde{\varepsilon})$$

Værdi af lønpakke er ( $\text{Var}[løn] = \alpha^2\sigma^2$ ):

$$V(e) = F + \alpha Be - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2 - c(e)$$

Optimal indsats er givet ved:

$$0 = \frac{dV(e)}{de}$$

Igen vil sælgerens arbejdsindsats kun afhænge af provisionssatsen, da introduktionen af usikkerhed ikke påvirker marginal gevinst eller marginal omkostning.

Sælgeren tager jobbet, hvis ( $X$  er værdien af bedste alternativ)

$$X \leq V(e^*)$$

Endelig vælger virksomheden  $\alpha$  og  $F$ , så det forventede salg fratrukket lønafgifter maksimeres.

$$\text{Salg} - (w(e))$$

hvor  $\tilde{\varepsilon} = 0$ .

Under bibetingelserne  $X \leq V(e^*)$  og  $e = e^*$ . Dette sker ved at maksimere og indsætte hhv.  $F$  og  $e$ .

Derved finder man i denne standard model, at for den marginale salgseffekt ved øget arbejdsindsats,  $B$ , har man, at:

$$\alpha = \frac{B^2}{B^2 + \rho\sigma^2}$$

Den faste løn sættes så højt at sælgeren får samme nytte som i det alternative job. Derved kompenseres sælgeren akkurat for

- personlige omkostninger ved arbejdsindsats
- usikkerhed forbundet med samlet realiseret løn (risikopræmie)

Vi ser således, at den optimale provisionsats afhænger:

- Positivt af marginale salgseffekt af øget indsats,  $B$
- Negativt af usikkerheden i salget  $\sigma^2$
- Negativt af sælgerens absolutte risikoaversion,  $\rho$ .

Der er således et trade-off mellem risikopræmie og incitament, da øget provision giver større incitament, men også større risiko.

### **Multitasking**

Multitasking princippet: Når ansatte allokere deres arbejdstid mellem flere aktiviteter, allokeres

- For meget tid til ønskværdige aktiviteter, som belønnes
- For lidt tid til ønskværdige aktiviteter, som ikke belønnes
- Tid til ikke-ønskværdige aktiviteter, som belønnes indirekte

Løsninger:

- Fast løn
- Undgå multitasking
- Overvågning

### **Præstationsmål**

- Relative mål (i forhold til andres arbejde) formindsker problem med usikkerhed, hvis de ansattes usikkerhed er positivt korrelerede
- Relative mål forstærker problem med multitasking, fordi ansatte indirekte belønnes for handler, der reducerer andre ansattes præstation.

Snævert mål (individuel præstation) forstærker problem med multitasking, fordi de ansatte ikke vil allokere tid til at hjælpe hinanden

Bredt mål forstærker usikkerhed, fordi der er mindre klar sammenhæng mellem den enkeltes indsats og aflønning.

### **Alternativer til præstationsbaserede kontrakter**

Subjektive evalueringer

Mulighed for forfremmelse

- Lønfremgang fra  $w$  til  $w^*$
- Sandsynlighed for forfremmelse:  $p(e)$
- Optimerer:  $p(e)(w^* - w) - c(e)$
- Større forskel i lønniveauer, større indsats.

*Fordele og ulemper:*

- Som aflønning i forhold til relativ præstation
- Større usikkerhed om livstidsindkomst - risikopræmie
- Ikke sikkert at specialist er god leder.

Risiko for fyring

Løn i alternativ beskæftigelse:  $w^{**}$

$$p(w - w^{**}) \geq C$$

hvor  $C$  er omkostningen ved at gøre en ekstra indsats

Ekstra indsats hvis  $p$  (overvågning) eller  $w$  er tilstrækkelig høj.

*Efficiency wage*

Virksomheder betaler mere end markedslønnen (hos andre virksomheder) for at få ansatte til at arbejde effektivt; mulig forklaring på hvorfor arbejdsløshed kan opstå på kompetitivt arbejdsmarked.